

CHAPTER - 5

Work, Energy And Power कार्य, ऊर्जा और शक्ति

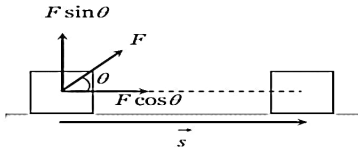
Work:-

When a force acts on an object and the object actually moves in the direction of force, then the work is said to be done by the force.

कार्य:- जब किसी वस्तु पर कोई बल कार्य करता है और वस्तु वास्तव में बल की दिशा में गति करती है, तो कहा जाता है कि बल द्वारा कार्य किया गया है।

Work Done by a Constant Force:-

Let a constant force F be applied on the body such that it makes an angle θ with the horizontal and body is displaced through a distance s



By resolving force F into two components :

- $F \cos \theta$ in the direction of displacement of the body.
- $F \sin \theta$ in the perpendicular direction of displacement of the body.

Since body is being displaced in the direction of $F \cos \theta$, therefore work done by the force in displacing the body through a distance s is given by -

$$W = (F \cos \theta) s = F s \cos \theta$$

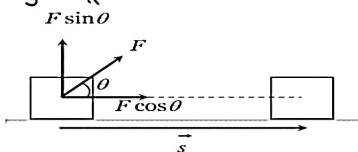
$$\Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

• Thus work done by a force is equal to the scalar or dot product of the force and the displacement of the body. So Work is a scalar quantity.

• Work done by a constant force depends only on the initial and final Positions and not on the actual path followed between initial and final positions.

अचर बल द्वारा किया गया कार्य:-

माना की एक अचर बल F वस्तु पर इस प्रकार लगाया गया है कि यह क्षैतिज के साथ θ कोण बनाता है और वस्तु s दूरी से विस्थापित हो जाता है।



बल F को दो घटकों में विघटित करने पर :

(i) $F \cos \theta$ वस्तु के विस्थापन की दिशा में है।

(ii) $F \sin \theta$ वस्तु के विस्थापन की लंबवत दिशा में है।
चूँकि वस्तु $F \cos \theta$ की दिशा में विस्थापित हो रही है, इसलिए वस्तु को s दूरी से विस्थापित करने में बल द्वारा किया गया कार्य -

$$W = (F \cos \theta) s = F s \cos \theta$$

$$\Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

• इस प्रकार किसी बल द्वारा किया गया कार्य बल और वस्तु के विस्थापन के अदिश गुणनफल के बराबर होता है। इसलिये कार्य एक अदिश राशि है।

• एक अचर बल द्वारा किया गया कार्य केवल प्रारंभिक और अंतिम स्थिति पर निर्भर करता है, न कि प्रारंभिक और अंतिम स्थिति के बीच अपनाए गए वास्तविक पथ पर।

Dimension and Units of Work:-

As work = Force x displacement

$$\therefore [W] = [\text{Force}] \times [\text{Displacement}]$$

$$= [MLT^{-2}] [L] = [ML^2T^{-2}]$$

Its dimensional formula is $[ML^2T^{-2}]$

Its SI unit is joule and CGS unit is erg .

कार्य के विमाएँ और मात्रक :-

चूँकि कार्य = बल x विस्थापन

$$\therefore [\text{कार्य}] = [\text{बल}] \times [\text{विस्थापन}]$$

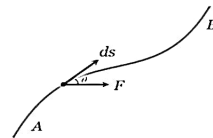
$$= [MLT^{-2}] [L] = [ML^2T^{-2}]$$

इसका विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}]$ होता है।

इसकी SI मात्रक जुल और cgs मात्रक अर्ग (erg) होता है।

Work Done by a Variable Force:-

When the magnitude and direction of a force varies with position, the work done by such a force for an infinitesimal displacement is given by- $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$



The total work done in going from A to B as shown in the figure is -

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B (F \cos \theta) ds$$

In terms of rectangular component -

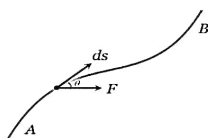
$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k} \quad \text{and} \quad d\vec{s} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}$$

$$\therefore W = \int_A^B (F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}) \cdot (dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k})$$

$$\Rightarrow W = \int_{x_A}^{x_B} F_x dx + \int_{y_A}^{y_B} F_y dy + \int_{z_A}^{z_B} F_z dz$$

परिवर्तनशील बल द्वारा किया गया कार्य:- जब किसी बल का परिमाण और दिशा स्थान के साथ बदलती रहती है, तो ऐसे बल द्वारा एक अतिसूक्ष्म विस्थापन के लिए किया गया कार्य इस प्रकार दिया जाता है-

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, A से B तक जाने में किया गया कुल कार्य -

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B (F \cos \theta) ds$$

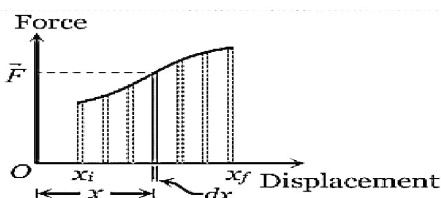
आयताकार घटक के संदर्भ में,

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k} \quad \text{और} \quad d\vec{s} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}$$

$$\therefore W = \int_A^B (F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}) \cdot (dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k})$$

$$\Rightarrow W = \int_{x_A}^{x_B} F_x dx + \int_{y_A}^{y_B} F_y dy + \int_{z_A}^{z_B} F_z dz$$

Calculation of Work Done by Force Displacement Graph



Let a body, whose initial position is x_i , is acted upon by a variable force and consequently the body acquires its final position x_f . Let F be the average value of variable force within the interval dx . The work done for small displacement dx will be the area of the shaded strip of width dx .

$$dW = \vec{F} dx = \text{Area of strip of width } dx$$

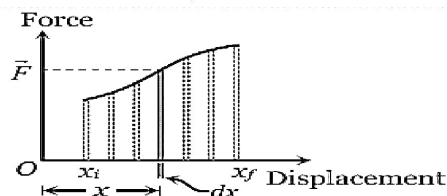
The work done on the body in displacing it from position x_i to x_f will be equal to the sum of areas of all the such strips.

$$\therefore W = \int_{x_i}^{x_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} dx$$

$W = \text{Area under curve Between } x_i \text{ and } x_f$

i.e. Area under force displacement curve with proper algebraic sign represents work done by the force.

बल विस्थापन ग्राफ़ द्वारा किए गए कार्य की गणना



मान लीजिए एक पिंड, जिसकी प्रारंभिक स्थिति x_i है, पर एक परिवर्तनीय बल द्वारा कार्य किया जाता है और परिणामस्वरूप पिंड अपनी अंतिम स्थिति x_f प्राप्त कर लेता है। मान लीजिए की अंतराल dx के भीतर परिवर्तनीय बल का औसत मान F है। छोटे विस्थापन dx के लिए किया गया कार्य चौड़ाई dx की छायांकित पट्टी का क्षेत्रफल होगा।

$$dW = \vec{F} dx = dx \text{ चौड़ाई की पट्टी का क्षेत्रफल}$$

पिंड को उसके स्थान x_i से x_f तक विस्थापित करने में किया गया कार्य ऐसी सभी पट्टियों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा।

$$\therefore W = \int_{x_i}^{x_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} dx$$

$W = x_i$ और x_f के बीच वक्र के नीचे का क्षेत्रफल

अर्थात् उचित बीजगणितीय चिह्न के साथ बल विस्थापन वक्र का क्षेत्रफल बल द्वारा किए गए कार्य को दर्शाता है।

Zero work:-

Under three conditions, Work done by a force is zero.

1. If there is no displacement [$s = 0$]
2. If the force is perpendicular to the displacement i.e., $\theta = 90^\circ$
3. If there is no force acting on the body [$F = 0$]

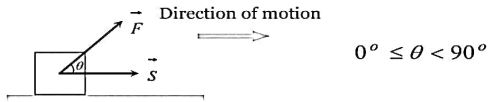
शून्य कार्य:-

तीन स्थितियों में, किसी बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है।

1. यदि कोई विस्थापन नहीं हो [$s = 0$]
2. यदि बल विस्थापन के लंबवत हो यानी, $\theta = 90^\circ$
3. यदि पिंड पर कोई बल कार्य नहीं कर रहा हो [$F = 0$]

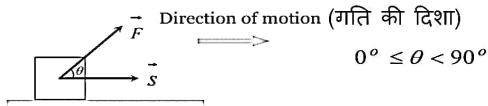
Positive work:-

Work done by a force is positive if the angle between \vec{F} and \vec{s} is an acute angle. The positive work signifies that the external force favours the motion of the body.



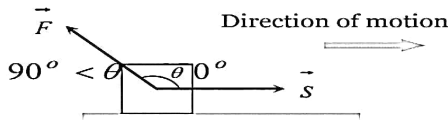
धनात्मक कार्य:-

यदि \vec{F} और \vec{s} बीच का कोण एक न्यूनकोण हो तो बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक होता है। धनात्मक कार्य यह दर्शाता है कि बाहरी बल पिंड की गति के पक्ष में है।



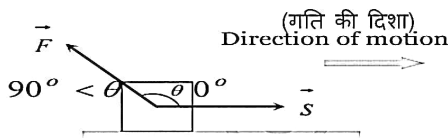
Negative work:-

Work done by a force is negative if the angle between \vec{F} and \vec{s} is an obtuse angle. The negative work signifies that the external force opposes the motion of the body.



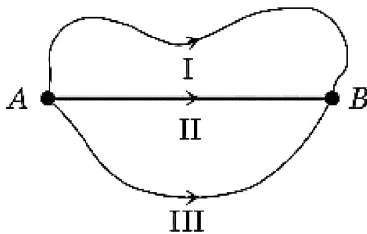
ऋणात्मक कार्य:-

यदि \vec{F} और \vec{s} बीच का कोण एक अधिक कोण हो तो बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होता है। ऋणात्मक कार्य दर्शाता है कि बाहरी बल पिंड की गति का विरोध करता है।



Work Done in Conservative Field:-

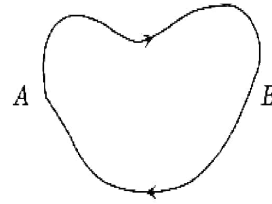
1. In conservative field work done by the force is independent of the path followed between any two points.



$$\text{i.e., } W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B}$$

Path I Path II Path III

2. In conservative field work done by the force over a closed loop is zero.

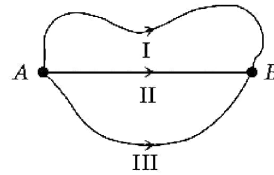


$$\text{i.e., } W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow A} = 0$$

$$\text{or } \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$$

संरक्षी क्षेत्र में किये गये कार्य:-

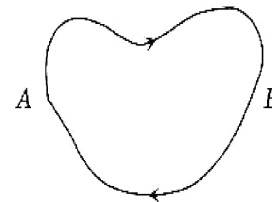
1. संरक्षी क्षेत्र में बल द्वारा किया गया कार्य किन्हीं दो बिंदुओं के बीच अपनाए गए पथ से स्वतंत्र होता है।



$$\text{अर्थात्, } W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B}$$

Path I Path II Path III

2. संरक्षी क्षेत्र में एक बंद लूप में बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है।



$$\text{अर्थात्, } W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow A} = 0$$

$$\text{या, } \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$$

Work Done in Non-Conservative Field:-

In non-conservative field work done by the force depends on the path followed between any two points and work done by the force over a closed loop is not zero.

असंरक्षी क्षेत्र में किया गया कार्य:-

असंरक्षी क्षेत्र में बल द्वारा किया गया कार्य किन्हीं दो बिंदुओं के बीच अपनाए गए पथ पर निर्भर करता है और बंद लूप में बल द्वारा किया गया कार्य शून्य नहीं होता है।

Conservative force :-

If work done by a force during a round trip is zero, then the force is conservative. Example : Electrostatic forces, gravitational forces, Spring force, magnetic forces and all the central forces are conservative in nature.

संरक्षी बल :-

यदि किसी बल द्वारा बंद लूप में किया गया कार्य शून्य हो , तो वह बल संरक्षी बल कहलाता है। उदाहरण: विद्युत्चुम्बकीय बल, गुरुत्वाकर्षण बल, स्प्रिंग बल, चुंबकीय बल और सभी केंद्रीय बल संरक्षी प्रकृति के होते हैं।

Non-conservative forces :-

If the amount of work done in moving an object against a force from one point to another depends on the path along which the body moves, then such a force is called a non-conservative force. Friction and viscosity are non-conservative forces.

असंरक्षी बल:-

यदि किसी वस्तु को किसी बल के विरुद्ध एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में किया गया कार्य उस पथ पर निर्भर करता है जिसके साथ वस्तु चलती है, तो ऐसे बल को असंरक्षी बल कहा जाता है। घर्षण और श्यानता के बल असंरक्षी बल हैं।

Work done in different conditions:-

(i) The work done by a force will be different in different frames.

(ii) Work done in displacing any body under the action of a number of forces is equal to the work done by the resultant force.

(iii) In equilibrium (static or dynamic), the resultant force is zero therefore resultant work done is zero.

(iv) Work done in terms of rectangular components

$$\text{If } \vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

$$\text{And } \vec{S} = S_x \hat{i} + S_y \hat{j} + S_z \hat{k}$$

$$\text{Then } W = F_x S_x + F_y S_y + F_z S_z$$

(v) Work done by the force of gravity on a particle of mass m is given by $W = mgh$ where g is acceleration due to gravity and h is height through the particle displaced.

(vi) Work done in compressing or stretching a spring is given by $W = \frac{1}{2} kx^2$ where k is spring constant and x is displacement from mean position.

(vii) When one end of a spring is attached to a fixed vertical support and a block attached to the free end moves on a horizontal table from $x = x_1$ to $x = x_2$ then $W = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2)$

विभिन्न परिस्थितियों में किया गया कार्य:-

(i) किसी बल द्वारा किया गया कार्य अलग-अलग निर्देश फ्रेम में अलग-अलग होगा।

(ii) कई बलों के द्वारा किसी भी वस्तु को विस्थापित करने में किया गया कार्य परिणामी बल द्वारा किए गए कार्य के बराबर होता है।

(iii) संतुलन (स्थैतिक या गतिशील) में, परिणामी बल शून्य होता है इसलिए किया गया परिणामी कार्य शून्य होता है।

(iv) आयताकार घटकों के संदर्भ में किया गया कार्य

$$\text{अगर } \vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

$$\text{और } \vec{S} = S_x \hat{i} + S_y \hat{j} + S_z \hat{k}$$

$$\text{तब } W = F_x S_x + F_y S_y + F_z S_z$$

(v) द्रव्यमान m के एक कण पर गुरुत्वाकर्षण बल द्वारा किया गया कार्य $W = mgh$ द्वारा दिया जाता है जहाँ g गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण है और h विस्थापित कण की ऊँचाई है।

(vi) स्प्रिंग को दबाने या खींचने में किया गया कार्य

$$W = \frac{1}{2} kx^2 \text{ द्वारा दिया जाता है जहां } k \text{ स्प्रिंग}$$

स्थिरांक है और x माध्य स्थिति से विस्थापन है।

(vii) जब स्प्रिंग का एक सिरा एक ऊर्ध्वाधर सतह से जुड़ा होता है और मुक्त सिरे से जुड़ा एक ब्लॉक क्षैतिज टेबल पर $x = x_1$ से $x = x_2$ तक चलता है तब-

$$W = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2)$$

Energy :-

The energy of a body is defined as its capacity for doing work. It is a scalar quantity. Its dimensional formula $[ML^2T^{-2}]$ is the same as that of work or torque. Its SI unit is joule and CGS unit is erg.

Practical units :-

electron volt (eV), Kilowatt hour (KWh), Calories (Cal)

ऊर्जा :-

किसी पिंड की ऊर्जा को उसकी कार्य करने की क्षमता के रूप में परिभाषित किया जाता है। यह एक अदिश राशि है। इसका विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}]$ कार्य या बल आघूर्ण के विमीय सूत्र के समान होता है। इसकी S.I. इकाई जूल है और CGS इकाई अर्ग (erg) है।

व्यावहारिक इकाइयाँ:

इलेक्ट्रॉन वोल्ट (eV), किलोवाट घंटा (KWh), कैलोरी (Cal)

Relation between different units:-

- 1 Joule = 10^7 erg
- 1 eV = 9.16×10^{-19} Joule
- 1 KWh = 3.6×10^6 Joule
- 1 Calorie = 4.18 Joule

विभिन्न इकाइयों के बीच संबंध:-

- 1 Joule = 10^7 erg

- 1 eV = 9.16 X10⁻¹⁹ Joule
- 1 KWh =3.6 X 10⁶ Joule
- 1 Calorie = 4.18 Joule

Types of energy :-

There are several types of energies, such as mechanical energy (kinetic energy and potential energy), chemical energy, light energy, heat energy, sound energy, nuclear energy, electric energy etc.

Mechanical Energy :-

The sum of kinetic energy and potential energy is known as mechanical energy. Mechanical energy is of two types:

1. **Kinetic Energy :-** The energy possessed by any object by virtue of its motion is called its kinetic energy. The K.E. of a body of mass m moving with speed v is -

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

where $p = mv =$ momentum of the object.

2. **Potential Energy:-** The energy possessed by any object by virtue of its position or configuration is called its potential energy. Potential energy is defined only for conservative forces. It does not exist for non-conservative forces. Potential energy depends upon the frame of reference. For conservative force $F(x)$ potential energy $U(x)$ can be written as

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$

Types of Potential energy:-

(i) **Gravitational Potential Energy:-** It is the energy possessed by a body by virtue of its position above the surface of the earth. The gravitational P.E. of a body of mass m at a height h above the earth's surface is -

$$U = mgh$$

(ii) **Elastic Potential Energy:-** According to Hooke's law, when a spring is stretched through distance x , the restoring force set up in the spring due to its elasticity is -

$$F \propto x \text{ or } F = -kx$$

Where k is spring constant of the spring which represents the restoring force set up in the spring per unit extension. Its unit is Nm^{-1} .

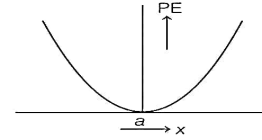
The work done in stretching the spring through distance x will be -

$$W = \int_0^x kx dx = \frac{1}{2}kx^2$$

This work done is stored as potential energy U of the spring.

$$\therefore U = \frac{1}{2}kx^2$$

The variation of potential energy with distance is shown in figure.



ऊर्जा के प्रकार :-

ऊर्जाएँ कई प्रकार की होती हैं, जैसे यांत्रिक ऊर्जा (गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा), रासायनिक ऊर्जा, प्रकाश ऊर्जा, ऊष्मा ऊर्जा, ध्वनि ऊर्जा, परमाणु ऊर्जा, विद्युत ऊर्जा आदि।

यांत्रिक ऊर्जा :-

गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा का योग यांत्रिक ऊर्जा के रूप में जाना जाता है। यांत्रिक ऊर्जा दो प्रकार की होती है:-

1. **गतिज ऊर्जा :-** किसी भी वस्तु में उसकी गति के कारण मौजूद ऊर्जा उसकी गतिज ऊर्जा कहलाती है। द्रव्यमान m तथा गति v से गतिमान पिंड का गतिज ऊर्जा -

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

जहाँ $p = mv =$ वस्तु का संवेग।

2. **स्थितिज ऊर्जा:-** किसी भी वस्तु में उसकी स्थिति या संरूपण के आधार पर मौजूद ऊर्जा को उसकी स्थितिज ऊर्जा कहा जाता है। स्थितिज ऊर्जा को केवल संरक्षी बलों के लिए परिभाषित किया जा सकता है। असंरक्षी बलों के लिए इसका अस्तित्व नहीं होता है। स्थितिज ऊर्जा निर्देश फ्रेम पर निर्भर करती है। संरक्षी बल $F(x)$ के लिए स्थितिज ऊर्जा $U(x)$ को इस प्रकार लिखा जा सकता है-

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$

स्थितिज ऊर्जा के प्रकार :-

(i) **गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा :-** यह किसी पिंड में पृथ्वी की सतह से ऊँचाई पर स्थिति के कारण मौजूद ऊर्जा है। द्रव्यमान m के एक पिंड का पृथ्वी की सतह से h ऊँचाई पर गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा -

$$U = mgh$$

(ii) **प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा :-** हुक के नियम के अनुसार, जब एक स्प्रिंग को दूरी x तक खींचा जाता है, तो इसकी प्रत्यास्थता के कारण स्प्रिंग में स्थापित पुनर्स्थापना बल इस प्रकार होता है कि -

$$F \propto x \text{ या } F = -kx$$

जहाँ k स्प्रिंग का स्प्रिंग स्थिरांक है जो स्प्रिंग में प्रति यूनिट विस्तार में स्थापित पुनर्स्थापना बल का

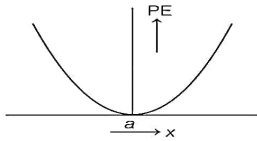
प्रतिनिधित्व करता है। इसकी इकाई N/m है।
स्प्रिंग को दूरी x तक खींचने में किया गया कार्य होगा -

$$W = \int_0^x kx \, dx = \frac{1}{2}kx^2$$

किया गया यह कार्य स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा U के रूप में संग्रहीत होता है।

$$\therefore U = \frac{1}{2}kx^2$$

दूरी के साथ स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन निचे के चित्र में दिखाया गया है।



Work-Energy Theorem:-

Work done by a force in displacing a body is equal to change in its kinetic energy.

$$W = \int_{v_1}^{v_2} F \cdot ds = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_f - K_i = \Delta KE$$

where, K_i = initial kinetic energy

K_f = final kinetic energy.

v_1 = initial speed

and v_2 = final speed

(i) If W_{net} is positive, then $K_f - K_i$ = positive, i.e., $K_f > K_i$ so kinetic energy will increase and vice-versa.

(ii) This theorem can be applied to non-inertial frames also. In a non-inertial frame it can be written as -

Work done by all the forces = change in kinetic energy in (including the Pseudo force) a non-inertial frame.

कार्य-ऊर्जा प्रमेय:-

किसी पिंड को विस्थापित करने में किसी बल द्वारा किया गया कार्य उसकी गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर होता है।

$$W = \int_{v_1}^{v_2} F \cdot ds = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_f - K_i = \Delta KE$$

जहां, K_i = प्रारंभिक गतिज ऊर्जा

K_f = अंतिम गतिज ऊर्जा.

v_1 = प्रारंभिक गति

और v_2 = अंतिम गति

(i) यदि W_{net} धनात्मक हो, तो

$K_f - K_i$ = धनात्मक होगा, अर्थात्, $K_f > K_i$ इसलिये गतिज ऊर्जा बढ़ेगी। इसी प्रकार इसके विपरीत भी सत्य होगा।

(ii) इस प्रमेय को अजडत्विय निर्देश फ्रेमों पर भी लागू किया जा सकता है। एक अजडत्विय निर्देश फ्रेम में इसे इस प्रकार लिखा जा सकता है -

सभी बलों (छद्म बल सहित) द्वारा किया गया कार्य = एक अजडत्विय निर्देश फ्रेमों में गतिज ऊर्जा में परिवर्तन।

Mass-Energy Equivalence:-

According to Einstein, mass can be converted into energy and energy into mass. A mass m is equivalent to energy E given by $E = mc^2$ Where c is the speed of light in vacuum.

द्रव्यमान-ऊर्जा तुल्यता:-

आइंस्टीन के अनुसार, द्रव्यमान को ऊर्जा में और ऊर्जा को द्रव्यमान में परिवर्तित किया जा सकता है। एक द्रव्यमान m ऊर्जा $E = mc^2$ के समतुल्य होता है जहां c निर्वात में प्रकाश की गति है।

Principle of Conservation of Energy:-

Energy can neither be created nor be destroyed, it can only be transferred from one form to another form. The sum of all kinds of energies in an isolated system remains constant at all times.

ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत:-

ऊर्जा को न तो निर्माण किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है, इसे केवल एक रूप से दूसरे रूप में स्थानांतरित किया जा सकता है। किसी पृथक प्रणाली में सभी प्रकार की ऊर्जाओं का योग हर समय अचर रहता है।

Principle of Conservation of Mechanical Energy:-

For conservative forces the sum of kinetic and potential energies of any object remains constant throughout the motion.

यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत:-

संरक्षी बलों के लिए किसी भी वस्तु की गतिज और स्थितिज ऊर्जाओं का योग पूरी गति के दौरान अचर रहता है।

Power:-

The rate at which energy is transferred or work is done by a body is called power.

Power = Rate of doing work

$$= \frac{\text{work done}}{\text{time taken}}$$

Instantaneous power is given by

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F} \cdot \vec{s}) = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$$= \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \theta$$

If $\theta = 0^\circ$, then $P = Fv$.

Power is a scalar quantity. Its S.I. unit is watt and its dimensional formula is $[ML^2T^{-3}]$. Its other units are kilowatt and horsepower (hp),

- 1 kilowatt = 1000 watt
- 1 hp = 746 watt

Kilowatt hour:-

It is the commercial unit of electrical energy. One kilowatt hour is the electrical energy consumed by an appliance of 1000 watt in 1 hour.

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

शक्ति:-

वह दर जिस पर किसी पिंड द्वारा ऊर्जा स्थानांतरित की जाती है या कार्य किया जाता है, शक्ति कहलाती है।

शक्ति = कार्य करने की दर

$$= \frac{\text{किया गया कार्य}}{\text{लिया गया समय}}$$

तात्कालिक शक्ति को इस प्रकार दर्शाया जाता है

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F} \cdot \vec{s}) = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} \\ = \vec{F} \cdot \vec{v} = F v \cos \theta$$

यदि $\theta = 0^\circ$ हो तो, $P = Fv$

शक्ति एक अदिश राशि है। इसकी S.I. मात्रक वाट है और इसका विमीय सूत्र $[ML^2T^{-3}]$ होता है | इसकी अन्य मात्रक किलोवाट और अश्वशक्ति (HP) हैं।

- 1 kilowatt = 1000 watt
- 1 HP = 746 watt

किलोवाट घंटा:-

यह विद्युत ऊर्जा की व्यावसायिक मात्रक है। एक किलोवाट घंटा वह विद्युत ऊर्जा है जो 1000 वाट के उपकरण द्वारा 1 घंटे में खपत की जाती है।

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

Collisions:-

Collision between two or more particles is the interaction for a short interval of time in which they apply relatively strong forces on each other. In a collision physical contact of two bodies is not necessary.

टक्कर :-

दो या दो से अधिक कणों के बीच टक्कर थोड़े समय के अंतराल के लिए होने वाली परस्पर क्रिया है जिसमें वे एक-दूसरे पर अपेक्षाकृत अत्याधिक बल लगाते हैं। टक्कर में दो पिंडों का आपसी संपर्क आवश्यक नहीं है।

Types of collision (On the basis of conservation of kinetic energy):-

1. Elastic collision :-The collision in which both the momentum and the kinetic energy of the system remains conserved are called elastic collisions. In an elastic collision, all the involved forces are conservative forces and total energy remains conserved.

2. Inelastic Collision:- The collision in which only the momentum remains conserved but

kinetic energy does not remain conserved are called inelastic collisions.

3. Perfectly Inelastic Collision:-It is the collision in which two bodies stick together after the collision.

टक्कर के प्रकार (गतिज ऊर्जा संरक्षण के आधार पर):-

1. प्रत्यास्थ टक्कर :-वह टक्कर जिसमें प्रणाली का संवेग और गतिज ऊर्जा दोनों संरक्षित रहती हैं, प्रत्यास्थ टक्कर कहलाती है। एक प्रत्यास्थ टक्कर में, शामिल सभी बल संरक्षी बल होते हैं और कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है।

2. अप्रत्यास्थ टक्कर:- वे टकराव जिनमें केवल संवेग संरक्षित रहता है लेकिन गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती, अप्रत्यास्थ टकराव कहलाते हैं।

3. पूर्णतः अप्रत्यास्थ टक्कर:-यह वह टक्कर है जिसमें टक्कर के बाद दो पिंड आपस में चिपक जाते हैं।

Types of collision (On the basis of the direction of colliding bodies):-

1. Head-on collision or one-dimensional collision:-It is a collision in which the colliding bodies move along the same straight-line path before and after the collision.

2. Oblique collision:-If the two bodies do not move along the same straight-line path before or after the collision, the collision is said to be oblique collision.

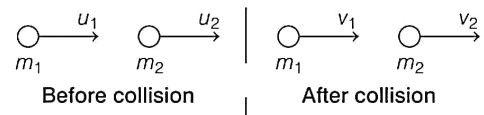
टक्कर के प्रकार (टकराने वाले पिंडों की दिशा के आधार पर):-

1. आमने सामने की (सम्मुख) टक्कर या एक आयामी टक्कर:-यह एक ऐसी टक्कर है जिसमें टकराने वाले पिंड टक्कर से पहले और टक्कर के बाद एक ही सीधी रेखा में चलते हैं।

2. तिरछी टक्कर:-यदि टक्कर से पहले या बाद में दो पिंड एक ही सीधी रेखा में नहीं चलते हैं, तो टक्कर को तिरछी टक्कर कहा जाता है।

Velocities in one-dimensional elastic collision:-

Suppose two bodies of masses m_1 and m_2 moving with velocities u_1 and u_2 ($u_1 > u_2$) in the same direction suffer head-on elastic collision. Let v_1 and v_2 be their velocities after collision.



By the law of conservation of momentum,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

As K.E. is conserved in an elastic collision, so

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

By solving the above two equations, it can be shown that in an elastic collision,

Velocity of approach = Velocity of separation

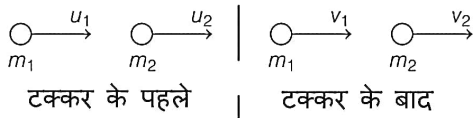
$$\text{Or, } u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

Velocities after collision-

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_2$$

$$\text{And } v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_2$$

एक आयामी प्रत्यास्थ टक्कर में वेग :- मान लीजिए की m_1 और m_2 द्रव्यमान के दो पिंड क्रमशः u_1 और u_2 ($u_1 > u_2$) वेग से एक ही दिशा में गतिमान हैं जिसमें आमने-सामने की प्रत्यास्थ टक्कर होती है। यदि v_1 और v_2 टक्कर के बाद उनकी गति हो तो



संवेग संरक्षण के नियम द्वारा,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

जैसा कि एक प्रत्यास्थ टक्कर में गतिज ऊर्जा संरक्षित होती है, इसलिए

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

उपरोक्त दो समीकरणों को हल करके, यह दिखाया जा सकता है कि एक प्रत्यास्थ टक्कर में,

उपगमन का वेग = पृथक्करण का वेग

$$\text{या, } u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

टक्कर के बाद वेग-

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_2$$

$$\text{और, } v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_2$$

Special case:-

• When masses of two colliding bodies are equal, then after the collision, the bodies exchange their velocities.

i.e. $v_1 = u_2$ and $v_2 = u_1$

• If the second body of the same mass (i.e., $m_1 = m_2$) is at rest, then after collision the first body comes to rest and the second body starts moving with the initial velocity of the first body.

i.e. $v_1 = u_2$ and $v_2 = u_1$

• If a light body of mass m_1 collides with a very heavy body of mass m_2 at rest, then after collision $v_1 = -u_1$ and $v_2 = 0$. It means the

light body will rebound with its own velocity and the heavy body will continue to be at rest.

• If a very heavy body of mass m_1 collides with a light body of mass m_2 (i.e., $m_1 \gg m_2$) at rest, then after collision $v_1 = u_1$ and $v_2 = 2u_1$

विशेष स्थिति :-

• जब दो टकराने वाले पिंडों का द्रव्यमान बराबर होता है, तो टकराव के बाद पिंडों का वेग आपस में एक दूसरे से बदल जाता है।

अर्थात् $v_1 = u_2$ and $v_2 = u_1$

• यदि समान द्रव्यमान (अर्थात्, $m_1 = m_2$) का दूसरा पिंड विराम की स्थिति में हो तो, टकराव के बाद पहला पिंड विराम की स्थिति में आ जाता है और दूसरा पिंड पहले पिंड के प्रारंभिक वेग के साथ चलना शुरू कर देता है।

अर्थात्, $v_1 = 0$ और $v_2 = u_1$

• यदि m_1 द्रव्यमान का एक हल्का पिंड m_2 द्रव्यमान के एक बहुत भारी पिंड जो विराम अवस्था में है से टकराता है तो टक्कर के बाद $v_1 = -u_1$ और $v_2 = 0$ होता है। इसका मतलब है कि हल्का पिंड अपने वेग से ही पलट कर विपरीत दिशा में जाएगा और भारी पिंड विराम की स्थिति में ही रहेगा।

• यदि m_1 द्रव्यमान का एक बहुत भारी पिंड m_2 द्रव्यमान के एक हल्के पिंड, जो विराम अवस्था में है से टकराता है (अर्थात्, $m_1 \gg m_2$) तो टक्कर के बाद $v_1 = u_1$ and $v_2 = 2u_1$.

Coefficient of restitution:-

The coefficient of restitution for a collision between two bodies is the ratio of the magnitude of their relative velocity of separation after collision to the magnitude of their relative velocity of approach before the collision. It is represented by e and it depends upon the material of the colliding bodies.

$$e = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2} = \frac{|v_1 - v_2|}{|u_1 - u_2|}$$

- For a perfectly elastic collision, $e = 1$
- For a perfectly inelastic collision, $e = 0$
- For all other collisions, $0 < e < 1$

प्रत्यवस्थान गुणांक:-

दो पिंडों के टकराव के बाद उनके अलग होने के सापेक्ष वेग के परिमाण और टकराव से पहले उनके उपगमन के सापेक्ष वेग के परिमाण के अनुपात को टकराव का प्रत्यवस्थान गुणांक कहते हैं। इसे e द्वारा निरूपित किया जाता है और यह टकराने वाले पिंडों की सामग्री पर निर्भर करता है।

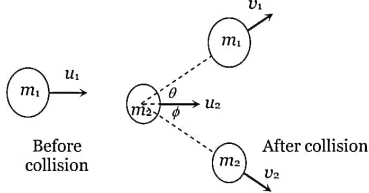
$$e = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2} = \frac{|v_1 - v_2|}{|u_1 - u_2|}$$

- पूर्णतः प्रत्यास्थ टक्कर के लिए, $e = 1$

- पूर्णतः अप्रत्यास्थ टक्कर के लिए, $e = 0$
- अन्य सभी टक्करों के लिए, $0 < e < 1$

Perfectly Elastic Oblique Collision:-

Let two bodies move as shown in figure.



By law of conservation of momentum

Along x-axis,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 \cos \theta + m_2 v_2 \cos \phi \quad \dots(i)$$

Along y-axis,

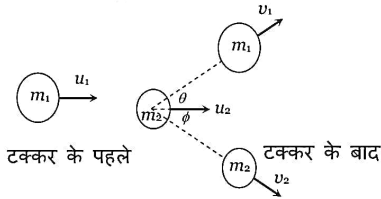
$$0 = m_1 v_1 \sin \theta - m_2 v_2 \sin \phi \quad \dots(ii)$$

By law of conservation of kinetic energy

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \dots(iii)$$

पूर्णतः प्रत्यास्थ तिरछा टक्कर:-

चित्र में दर्शाये अनुसार दो पिंडों को गति कर रहे हैं ।



x-अक्ष के अनुदिश संवेग संरक्षण के नियम से -

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 \cos \theta + m_2 v_2 \cos \phi \quad \dots(i)$$

y-अक्ष के अनुदिश संवेग संरक्षण के नियम से -

$$0 = m_1 v_1 \sin \theta - m_2 v_2 \sin \phi \quad \dots(ii)$$

गतिज ऊर्जा के संरक्षण के नियम द्वारा

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \dots(iii)$$

Head on Inelastic Collision:-

Let two bodies A and B collide inelastically and the coefficient of restitution is e.

$$\text{where } e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = \frac{\text{Relative velocity of separation}}{\text{Relative velocity of approach}}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = e(u_1 - u_2)$$

$$\therefore v_2 = v_1 + e(u_1 - u_2) \quad \dots(1)$$

From the law of conservation of linear momentum

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \dots(ii)$$

By solving (i) and (ii) we get

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} \right) u_1 + \left(\frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} \right) u_2$$

$$\text{similarly } v_2 = \left[\frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} \right] u_1 + \left[\frac{m_2 - em_1}{m_1 + m_2} \right] u_2$$

Loss in kinetic energy (ΔK) = Total initial kinetic energy - Total final kinetic energy

$$= \left(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

Substituting the value of v_1 and v_2 from the above expression

$$\Delta K = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (u_1 - u_2)^2 (1 - e^2)$$

By substituting $e = 1$ we get $\Delta K = 0$ i.e. for perfectly elastic collision loss of kinetic energy will be zero or kinetic energy remains constant before and after the collision.

आमने सामने की (सम्मुख) अप्रत्यास्थ टक्कर:-

मान लीजिए कि दो पिंड A और B अप्रत्यास्थ रूप से टकराते हैं और प्रत्यवस्थान का गुणांक e है।

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = \frac{\text{पृथक्करण का सापेक्ष वेग}}{\text{उपगमन का सापेक्ष वेग}}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = e(u_1 - u_2)$$

$$\therefore v_2 = v_1 + e(u_1 - u_2) \quad \dots(1)$$

रैखिक संवेग के संरक्षण के नियम से

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर हमें प्राप्त होता है

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} \right) u_1 + \left(\frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} \right) u_2$$

$$\text{इसी प्रकार से, } v_2 = \left[\frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} \right] u_1 + \left[\frac{m_2 - em_1}{m_1 + m_2} \right] u_2$$

गतिज ऊर्जा में हानि (ΔK) = कुल प्रारंभिक गतिज ऊर्जा - कुल अंतिम गतिज ऊर्जा

$$= \left(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

v_1 और v_2 का मान उपरोक्त अभिव्यक्ति में प्रतिस्थापित करने पर

$$\Delta K = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (u_1 - u_2)^2 (1 - e^2)$$

$e = 1$ प्रतिस्थापित करने पर हमें $\Delta K = 0$ प्राप्त होता है अर्थात् पूर्णतः प्रत्यास्थ टक्कर के लिए गतिज ऊर्जा का नुकसान शून्य होगा अर्थात् टक्कर से पहले और

टक्कर के बाद में गतिज ऊर्जा अचर रहती है।

MULTIPLE CHOICE QUESTIONS:

बहुविकल्पीय प्रश्न:

1. Which of the following is equal to Newton-metre?

- a. Joule b. Horse Power
c. Watt d. Pascal

निम्नलिखित में से कौन सा न्यूटन-मीटर के बराबर है?

- a. जुल b. अश्व शक्ति
c. वाट d. पास्कल

2. The product of force and displacement is called-

- a. Energy b. Power
c. Momentum d. Work

बल और विस्थापन का गुणनफल कहलाता है-

- a. ऊर्जा b. शक्ति
c. संवेग d. काम

3. Work will be said to be not done if the force and displacement are -

- a. parallel
b. perpendicular
c. acting in opposite direction
d. None of these

कार्य नहीं होगा यदि बल तथा विस्थापन होगा -

- a. समानांतर b. लंबवत
c. विपरीत दिशा में d. इनमें से कोई नहीं

4. A body moves a distance of 10 m under the action of force $F = 10$ N. If the work done is 50 J, the angle which the force makes with the direction of motion is -

- a. 0° b. 30°
c. 60° d. None of these

एक पिंड बल $F = 10$ N की क्रिया के तहत 10 मीटर की दूरी तय करता है। यदि किया गया कार्य 50 J है, तो बल गति की दिशा के साथ कितना कोण बनाएगा ?

- a. 0° b. 30°
c. 60° d. इनमें से कोई नहीं

5. A force $F = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ acts on a body. The work done by the force for a displacement of $(-2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ is -

एक बल $F = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ एक पिंड पर कार्य करता है। विस्थापन $(-2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ के लिए बल द्वारा किया गया कार्य क्या होगा ?

- a. 2 units b. 4 units
c. -2 units d. -4 units

6. A force $F = 3\hat{i} + b\hat{j} + 2\hat{k}$ acting on a particle causes a displacement $\vec{s} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ in its own direction. If the work done is 6 J, then value of b is -

- a. 0 b. 6
c. 3 d. 12

एक बल $F = 3\hat{i} + b\hat{j} + 2\hat{k}$ के कारण कण में $\vec{s} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ विस्थापन होता है। यदि किया गया कार्य 6 J है, तो b का मान है -

- a. 0 b. 6
c. 3 d. 12

7. An object moves on a smooth inclined plane without slipping. The work done by the inclined plane surface on the ball is -

- a. Positive b. negative
c. zero d. none of these.

कोई वस्तु चिकने झुकाव वाले नत तल पर बिना फिसले चलती है। गेंद पर झुकी हुई नततल सतह द्वारा किया गया कार्य होगा -

- a. धनात्मक b. ऋणात्मक
c. शून्य d. इनमें से कोई नहीं।

8. A particle moves under a force $F = ax$ from $x = 0$ to $x = x_1$. The work done is -

- a. ax_1^2 b. $ax_1^2 / 2$
c. zero d. $ax_1^3 / 3$

एक कण बल $F = ax$ के अधीन $x = 0$ से $x = x_1$ तक गमन करता है। बल द्वारा किया गया कार्य क्या होगा ?

- a. ax_1^2 b. $ax_1^2 / 2$
c. zero d. $ax_1^3 / 3$

9. The work done by an applied variable force $F = x + 3x^2$ from $x = 0$ m to $x = 2$ m, where x is displacement, is -

- a. 6 J b. 8 J
c. 10 J d. 12 J

परिवर्तनशील बल $F = x + 3x^2$ द्वारा $x = 0$ m से $x = 2$ m तक के विस्थापन के लिए किया गया कार्य क्या होगा ?

- a. 6 J b. 8 J
c. 10 J d. 12 J

10. Energy is-

- a. capacity of doing work
b. rate of doing work
c. change of work
d. None of these

ऊर्जा है-