CHAPTER - 6	System of Particles and Rotational Motion कणों के निकाय तथा घूर्णी गति

Centre of Mass :-

Centre of mass of a body is a point where the entire mass of the body can be supposed to be concentrated.It is a point that moves as though all the mass were concentrated there and all external forces were applied there.

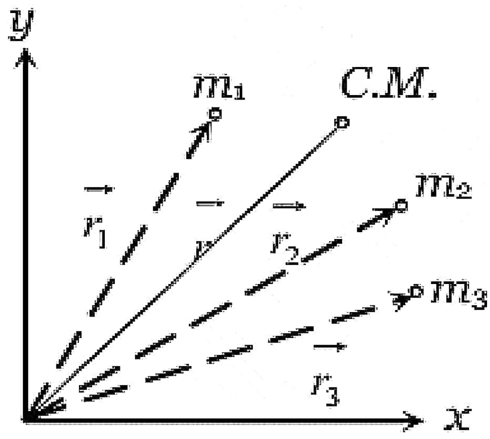
द्रव्यमान केंद्र:-

किसी पिंड का द्रव्यमान केंद्र वह बिंदु है जहां पिंड का संपूर्ण द्रव्यमान केंद्रित माना जा सकता है| यह एक बिंदु है जो इस प्रकार गति करता है मानो सम्पूर्ण द्रव्यमान वहीं केंद्रित हो गया हो और सभी बाहरी बल वहीं लागू हो गई हों।

Important points about centre of mass :-

(i) Position vector of centre of mass for n particle system :-

If a system consists of n particles of masses m_1 m_2, m_3.........m_n whose positions vectors are $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$, $\vec{r_3}$..........$\vec{r_n}$ respectively then position vector of centre of mass is given by-



$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r_3} + \ldots\ldots\ldots\ \ldots m_n\vec{r_n}}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots\ldots\ \ldots m_n}$$

(ii) Position vector of centre of mass for two particle system :-

$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}}{m_1 + m_2}$$

(iii) The position of the centre of mass is independent of the coordinate system chosen.

(iv) The position of the centre of mass depends upon the shape of the body and distribution of mass.

(v) In symmetrical bodies in which the distribution of mass is homogenous, the centre of mass coincides with the geometrical centre or centre of symmetry of the body.

(vi) If the origin is at the centre of mass, then-

i.e. $\Sigma m_i\vec{r_i} = 0$.

(vii) If a system of particles of masses m_1 m_2, m_3.........m_n move with velocities $\vec{v_1}$ $\vec{v_2}$, $\vec{v_3}$.........$\vec{v_n}$ then the velocity of centre of mass-

$$\vec{v}_{cm} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r}_3 + \ldots\ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots}\right)$$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\Sigma m_i\vec{v_i}}{\Sigma m_i}$$

(viii) If a system of particles of masses m_1 m_2, m_3.........m_n move with accelerations $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \ldots\ldots \vec{a}_n$ then the acceleration of centre of mass-

$$\vec{A}_{cm} = \frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + \ldots\ldots\ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots\ldots}\right)$$

$$\vec{A}_{cm} = \frac{\Sigma m_i\vec{a}_i}{\Sigma m_i}$$

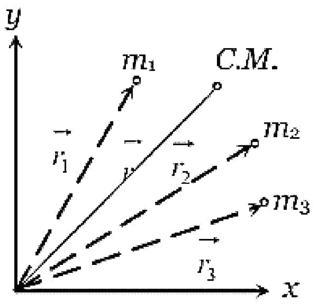
(ix) Position of centre of mass for different bodies

S. No.	Body	Position of centre of mass
(a)	Uniform hollow sphere	Centre of sphere
(b)	Uniform solid sphere	Centre of sphere
(c)	Uniform circular ring	Centre of ring
(d)	Uniform circular disc	Centre of disc
(e)	Uniform rod	Centre of rod
(f)	A plane lamina (Square, Rectangle, Parallelogram)	Point of inter section of diagonals
(g)	Triangular plane lamina	Point of inter section of medians
(h)	Rectangular or cubical block	Points of inter section of diagonals
(i)	Hollow cylinder	Middle point of the axis of cylinder
(j)	Solid cylinder	Middle point of the axis of cylinder
(k)	Cone or pyramid	On the axis of the cone at point distance $\frac{3h}{4}$ from the vertex where *h* is the height of cone

द्रव्यमान केन्द्र के बारे में महत्वपूर्ण बातें :-

(i) n कण प्रणाली के लिए द्रव्यमान केंद्र की स्थिति सदिश :-

यदि एक निकाय में m_1 m_2, m_3.........m_n द्रव्यमान के n कण हैं जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{r_1}, \vec{r_2}, \vec{r_3}.........\vec{r_n}$ हो तो द्रव्यमान केंद्र की स्थिति सदिश को इस प्रकार व्यक्त करते हैं-



$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r_3} + \ldots\ldots\ldots\ldots m_n\vec{r_n}}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots m_n}$$

(ii) दो कण निकाय के लिए द्रव्यमान केंद्र की स्थिति सदिश :-

$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}}{m_1 + m_2}$$

(iii) द्रव्यमान केंद्र की स्थिति चुनी गई संदर्भ -फ्रेम (निर्देशांक निकाय) से स्वतंत्र होता है।

(iv)द्रव्यमान केंद्र की स्थिति पिंड के आकार और द्रव्यमान के वितरण पर निर्भर करती है।

(v) सममितीय पिंडो में जिनमें द्रव्यमान का वितरण समरूप होता है, उनमें द्रव्यमान केंद्र पिंड के ज्यामितीय केंद्र या समरूपता केंद्र के साथ मेल खाता है।

(vi) यदि मूल बिंदु द्रव्यमान केंद्र पर हो तो-

$$\sum m_i \vec{r_i} = 0$$

(vii) यदि निकाय में m_1 m_2, m_3.........m_n द्रव्यमान के n कण हैं जिनके वेग क्रमशः $\vec{v_1}$ $\vec{v_2}$, $\vec{v_3}$.........$\vec{v_n}$ हो तो द्रव्यमान केंद्र का वेग-

$$\vec{v}_{cm} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r_3} + \ldots\ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots}\right)$$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\sum m_i\vec{v}_i}{\sum m_i}$$

(viii) यदि निकाय में m_1 m_2, m_3.........m_n द्रव्यमान के n कण हैं जिनके त्वरण क्रमशः $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3.....\vec{a}_n$ हो तो द्रव्यमान केंद्र का त्वरण -

$$\vec{A}_{cm} = \frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + \ldots\ldots.}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots.}\right)$$

$$\vec{A}_{cm} = \frac{\sum m_i\vec{a}_i}{\sum m_i}$$

(ix) विभिन्न पिंडों के द्रव्यमान केंद्र की स्थिति-

क्रम संख्या	पिंड	द्रव्यमान केंद्र की स्थिति
(a)	एकसमान खोखला गोला	गोले का केंद्र
(b)	एकसमान ठोस गोला	गोले का केंद्र
(c)	एकसमान गोलाकार वलय	वलय का केंद्र
(d)	एकसमान गोलाकार डिस्क	डिस्क का केंद्र
(e)	एकसमान छड़	छड़ का केंद्र
(f)	एक समतल स्तरिका (वर्गाकार,आयताकार, समांतर चतुर्भुज)	विकर्ण का प्रतिच्छेदन बिंदु
(g)	त्रिकोणीय समतल स्तरिका	माध्यिका का प्रतिच्छेदन बिंदु
(h)	आयताकार घनाकार ब्लॉक	विकर्ण का प्रतिच्छेदन बिंदु
(i)	खोखला बेलन	बेलन की धुरी का मध्य बिंदु
(j)	ठोस बेलन	बेलन की धुरी का मध्य बिंदु
(k)	शंकु या पिरामिड	शंकु के अक्ष पर शीर्ष से $\frac{3h}{4}$ की दूरी पर एक बिंदु पर जहां h शंकु की ऊंचाई है।

Rigid Body:-

A body is said to be a rigid body, when it has perfectly definite shape and size. The distance between all points of particles of such a body do not change, while applying any force on it.

दृढ़ पिंड :-

किसी पिंड को दृढ़ पिंड तब कहा जाता है, जब उसका आकृति और परिमाप बिल्कुल निश्चित हो। ऐसे पिंड पर कोई भी बल लगाने पर उसके सभी कणों के बीच की दूरी नहीं बदलती है।

Translational Motion:-

A rigid body performs a pure translational motion, if each particle of the body undergoes the same displacement in the same direction in a given interval of time.

स्थानांतरण गति:-

एक दृढ़ पिंड शुद्ध स्थानांतरण गति करता है, यदि पिंड का प्रत्येक कण एक निश्चित समय अंतराल में एक ही दिशा में समान विस्थापन पूरा करता है।

Rotational Motion:-

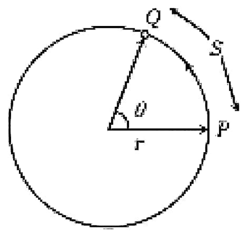
A rigid body performs a pure rotational motion, if each particle of the body moves in a circle, and the centre of all the circles lie on a straight line called the axes of rotation. Example: Rotation of ceiling fan,Rotation of blades of a windmill.

घूर्णन गति:-

एक दृढ़ पिंड शुद्ध घूर्णन गति करता है, यदि पिंड का प्रत्येक कण एक वृत्त में गति करता है, और सभी वृत्तों का केंद्र एक सीधी रेखा पर स्थित होता है जिसे घूर्णन की धुरी कहा जाता है।उदाहरण: छत के पंखे का घूमना, पवनचक्की के ब्लेड का घूमना।

Angular Displacement:-

It is the angle described by the position vector $\vec{r}$ about the axis of rotation.

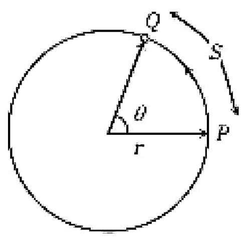


$$\text{Angular displacement } (\theta) = \frac{\text{Linear displacement } (s)}{\text{radius } (r)}$$

Its unit is radian and Dimension formula is $[M^0L^0T^0]$.

कोणीय विस्थापन:-

यह स्थिति सदिश $\vec{r}$ द्वारा घूर्णन अक्ष पर वर्णित कोण है।

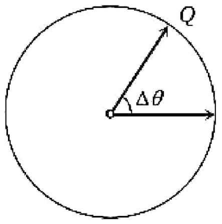


$$\text{कोणीय विस्थापन } (\theta) = \frac{\text{रैखिक विस्थापन } (s)}{\text{त्रिज्या } (r)}$$

इसका मात्रक रेडियन और विमीय सूत्र $[M^0L^0T^0]$ होता है।

Angular Velocity:-

The angular displacement per unit time is called angular velocity. If a particle moves from P to Q in time Δt then $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta T}$, where $\Delta\theta$ is the angular displacement.



- Instantaneous angular velocity -

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

- Average angular velocity-

$$\omega_{av} = \frac{\text{total angular displacement}}{\text{total time}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

- Its S.I. unit is radian/sec and its dimensional formula is $[M^0L^0T^{-1}]$.
- Relation between Linear velocity and Angular velocity-

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

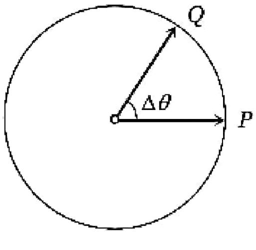
where $\vec{v}$ = linear velocity,

$\vec{r}$ = radius vector

$\vec{\omega}$ =Angular velocity is an axial vector, whose direction is normal to the rotational plane.

कोणीय वेग:-

प्रति इकाई समय के कोणीय विस्थापन को कोणीय वेग कहा जाता है।यदि कोई कण Δt समय में P से Q की ओर गति करता है तो $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta T}$ होगा $\Delta\theta$ जहाँ कोणीय विस्थापन है।



- तात्क्षणिक कोणीय वेग -

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

- औसत कोणीय वेग-

$$\omega_{av} = \frac{\text{कुल कोणीय विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

- इसकी S.I. मात्रक रेडियन/सेकंड और इसका विमीय सूत्र $[M^0L^0T^{-1}]$ होता है।

4.रैखिक वेग और कोणीय वेग के बीच संबंध-

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

जहाँ $\vec{v}$ = रैखिक वेग,

$\vec{r}$ = त्रिज्या सदिश

$\vec{\omega}$ = कोणीय वेग एक अक्षीय सदिश है, जिसकी दिशा घूर्णनशील तल के लम्बवत होती है।

Angular Acceleration:-

The rate of change of angular velocity is defined as angular acceleration.If particle has angular velocity ω_1 at time t_1 and angular velocity ω_2 at time t_2 then,

Angular acceleration -

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1}{t_2 - t_1}$$

(1) Instantaneous angular acceleration-

$$\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}.$$

(2) Average angular acceleration

$$\alpha_{av} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$

(3) Its S.I. unit is radian/sec^2 and its dimensional formula is $[M^0L^0T^{-2}]$

(4) If α = 0 then circular or rotational motion is said to be uniform.

(5) Relation between angular acceleration and linear acceleration-

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

(6) It is an axial vector whose direction is along the change in direction of angular velocity i.e. normal to the rotational plane, outward or inward along the axis of rotation (depends upon the sense of rotation).

कोणीय त्वरण:-

कोणीय वेग में परिवर्तन की दर को कोणीय त्वरण के रूप में परिभाषित किया जाता है। यदि एक कण का

कोणीय वेग समय t_1 पर ω_1 और समय t_2 पर कोणीय वेग ω_2 हो , तो कोणीय त्वरण-

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1}{t_2 - t_1}$$

(1) तात्क्षणिक कोणीय त्वरण-

$$\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}.$$

(2) औसत कोणीय त्वरण-

$$\alpha_{av} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$

(3) इसकी SI मात्रक रेडियन/सेकंड^2 और इसका विमीय सूत्र $[M^0L^0T^{-2}]$ होता है।

(4) यदि $\alpha = 0$ तब वृतीय या घूर्णी गति को एकसमान कहा जाता है।

(5) कोणीय त्वरण और रैखिक त्वरण के बीच संबंध-

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

(6) यह एक अक्षीय सदिश है जिसकी दिशा कोणीय वेग के परिवर्तन के दिशा में होती है यानी घूर्णन की धुरी के बाहर या अंदर की ओर (घूर्णन की दिशा पर निर्भर करता है) घूर्णनशील सतह के लम्बवत होती है ।

Equations of Linear Motion and Rotational Motion:-

Linear Motion	**Rotational Motion**
If linear acceleration a=0 then u = Constant and s = u t.	If angular acceleration $\alpha = 0$ then ω = Constant and $\theta = \omega t$
If linear acceleration a = constant, then- i) $s = \frac{(u+v)}{2}t$ ii) $a = \frac{v-u}{t}$ iii) $v = u + at$ iv) $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ v) $v^2 = u^2 + 2as$ vi) $s_{nth} = u + \frac{1}{2}a(2n-1)$	If angular acceleration α = constant then- (i) $\theta = \frac{(\omega_1+\omega_2)}{2}t$ (ii) $\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$ (iii) $\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$ (iv) $\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ (v) $\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\theta$ (vi) $\theta_{nth} = \omega_1 + (2n-1)\frac{\alpha}{2}$
If linear acceleration is not constant, then the above equation will not be applicable. In this case (i) $v = \frac{dx}{dt}$ (ii) $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ (iii) $v\,dv = a\,ds$	If angular acceleration is not constant, then the above equation will not be applicable. In this case (i) $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (ii) $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ (iii) $\omega\,d\omega = \alpha\,d\theta$

रैखिक गति और घूर्णी गति के समीकरण-

रेखीय गति	घूर्णी गति
यदि रैखिक त्वरण a=0 हो तो , u = अचर और s = ut होगा |	यदि कोणीय त्वरण α = 0 हो, तब ω = अचर और $\theta = \omega t$ होगा |
यदि रैखिक त्वरण α = अचर, हो तो- (i) $s = \frac{(u+v)}{2}t$ (ii) $a = \frac{v-u}{t}$ (iii) $v = u + at$ (iv) $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ (v) $v^2 = u^2 + 2as$ (vi) $s_{nth} = u + \frac{1}{2}a(2n-1)$	यदि कोणीय त्वरण α = अचर, हो तो- (i) $\theta = \frac{(\omega_1+\omega_2)}{2}t$ (ii) $\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$ (iii) $\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$ (iv) $\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ (v) $\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\theta$ (vi) $\theta_{nth} = \omega_1 + (2n-1)\frac{\alpha}{2}$
यदि रेखीय त्वरण अचर नहीं हो , तो उपरोक्त समीकरण लागू नहीं होगा। इस मामले में- (i) $v = \frac{dx}{dt}$ (ii) $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ (iii) $v\,dv = a\,ds$	यदि कोणीय त्वरण अचर नहीं हो, तो उपरोक्त समीकरण लागू नहीं होगा। इस मामले में- (i) $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (ii) $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ (iii) $\omega\,d\omega = \alpha\,d\theta$

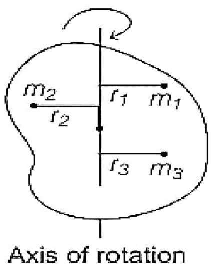
Moment of Inertia:-

Moment of inertia is the property of an object by virtue of which it opposes any change in its state of rest or of uniform rotation about an axis. It plays the same role in rotational motion as mass plays in linear motion.

Important points-

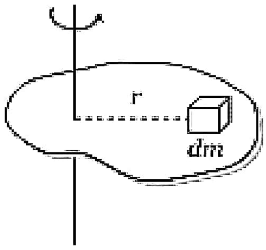
(1) Moment of inertia of a particle I = mr^2; where r is the perpendicular distance of a particle from the rotational axis.

(2) The moment of inertia of a body about a given axis is equal to the sum of the products of the masses of its constituent particles and the square of their respective distances from the axis of rotation.



$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots + m_nr_n^2 = \sum_{i=1}^{i=n} m_i\, r_i^2$$

(3) Moment of inertia of a continuous distribution of mass-



Moment of inertia of a mass dm located at a perpendicular distance r from the axis of rotation- $dI = dm\ r^2$

⇒Moment of inertia of the entire body

$$I = \int r^2 dm$$

(4) Its S.I. unit is kgm^2 and its dimensional formula is $[ML^2]$.

(5) The moment of inertia of a body depends upon

- position of the axis of rotation.
- orientation of the axis of rotation.
- shape and size of the body.
- distribution of mass of the body about the axis of rotation.

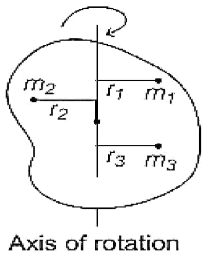
जड़त्व आघूर्ण:-

जड़त्व आघूर्ण किसी वस्तु का वह गुण है जिसके आधार पर वह किसी अक्ष के चारों ओर विराम की स्थिति या एकसमान घूर्णन की स्थिति में किसी भी परिवर्तन का विरोध करता है। यह घूर्णन गति में वही भूमिका निभाता है जो द्रव्यमान रैखिक गति में निभाता है।

महत्वपूर्ण बिंदु-

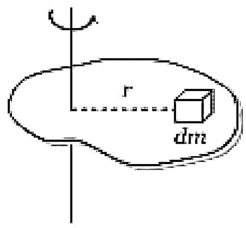
(1) किसी कण का जड़त्व आघूर्ण I = mr^2 होगा, जहाँ r घूर्णन अक्ष से कण की लंबवत दूरी है।

(2) किसी दिए गए अक्ष के परितः किसी पिंड का जड़त्व आघूर्ण उसके घटक कणों के द्रव्यमान और घूर्णन अक्ष से उनकी संबंधित दूरी के वर्ग के गुणनफल बराबर होता है।



$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots + m_nr_n^2 = \sum_{i=1}^{i=n} m_i\, r_i^2$$

(3) द्रव्यमान के निरंतर वितरण की स्थिति में -



घूर्णन अक्ष से लम्बवत r दुरी पर स्थित द्रव्यमान dm का जड़त्व आघूर्ण- $dI = dm\ r^2$

⇒सम्पूर्ण पिंड का जड़त्व आघूर्ण-

$$I = \int r^2 dm$$

(4) इसका S.I. मात्रक kgm^2 और इसका विमीय सूत्र $[ML^2]$ होता है|

(5) किसी पिंड का जड़त्व आघूर्ण निर्भर करता है-

- घूर्णन अक्ष की स्थिति (दुरी)
- घूर्णन अक्ष का अभिविन्यास (दिशा)
- पिंड का आकृति और परिमाप
- घूर्णन अक्ष के परितः पिंड के द्रव्यमान का वितरण

Radius of gyration (K):-

It is defined as the distance of a point from the axis of rotation at which, if the whole mass of the body were concentrated, the moment of inertia of the body would be the same as with the actual distribution of mass of the body.

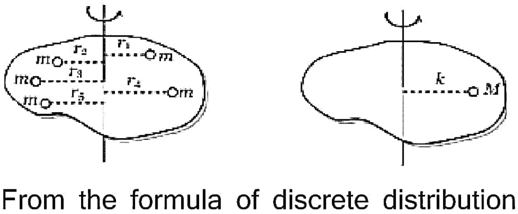
Important points:-

- Moment of inertia of a body about a given axis is equal to the product of mass of the body and squares of its radius of gyration about that axis i.e.

$$I = Mk^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

where k is called the radius of gyration.

- The radius of gyration of a body about a given axis is equal to the root mean square distance of the constituent particles of the body from the given axis.



From the formula of discrete distribution

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \dots\dots\dots + m_nr_n^2$$

If, $m_1 = m_2 = m_3 = \dots\dots = m$ then

$$I = m(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots\dots r_n^2) \quad \dots\dots(i)$$

From the definition of Radius of gyration,

$$I = Mk^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots(ii)$$

By equating (i) and (ii) we get-

$$Mk^2 = m(r^2{}_1 + r^2{}_2 + r^2{}_3 + \dots\dots r^2{}_n) \text{ [As } M = nm]$$

$$\Rightarrow nmk^2 = m(r^2{}_1 + r^2{}_2 + r^2{}_3 + \dots\dots r^2{}_n)$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^3 + \dots\dots\dots\dots + r_n^2}{n}}$$

- Radius of gyration (k) depends on shape and size of the body, position and configuration of the axis of rotation, distribution of mass of the body w.r.t. the axis of rotation.
- Radius of gyration (k) does not depend on the mass of the body.
- Its S.I. unit is m and its dimensional formula is $[M^0L^1T^0]$.

परिभ्रमण त्रिज्या (K):-

इसे घूर्णन अक्ष से उस बिंदु की दूरी के रूप में परिभाषित किया जाता है जिस पर पिंड का सम्पूर्ण द्रव्यमान केंद्रित हो तो उसके जड़त्व आघूर्ण का वही मान प्राप्त होगा जो पिंड के द्रव्यमान के वास्तविक वितरण के कारण है।

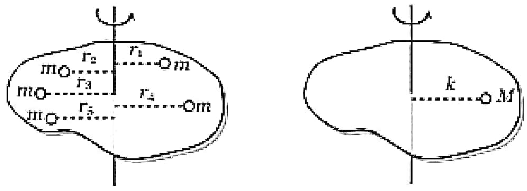
महत्वपूर्ण बिंदु:-

- किसी दिए गए अक्ष के परितः किसी पिंड का जड़त्व आघूर्ण पिंड के द्रव्यमान और परिभ्रमण त्रिज्या के वर्गों के गुणनफल के बराबर होता है।

$$I = Mk^2 = k = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

जहाँ k को परिभ्रमण त्रिज्या कहा जाता है।

- दिए गए अक्ष के परितः किसी पिंड की परिभ्रमण त्रिज्या दिए गए अक्ष से पिंड के घटक कणों की वर्गमूल माध्य वर्ग दूरी (root mean square) के बराबर होती है।



असंतत वितरण के सूत्र से

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \dots\dots\dots + m_nr_n^2$$

यदि, $m_1 = m_2 = m_3 = \dots\dots = m$ हो तो

$$I = m(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots\dots r_n^2) \quad \dots\dots(i)$$

परिभ्रमण त्रिज्या की परिभाषा से,

$$I = Mk^2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को बराबर करने पर

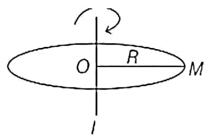
$$Mk^2 = m(r^2{}_1 + r^2{}_2 + r^2{}_3 + \dots\dots r^2{}_n) \text{ [As } M = nm]$$

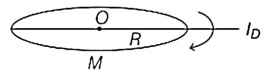
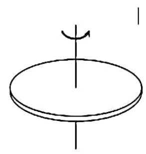
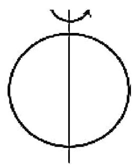
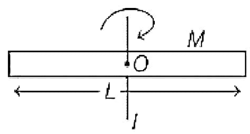
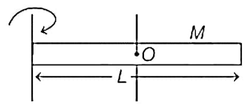
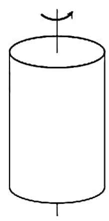
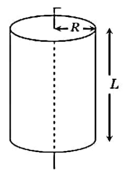
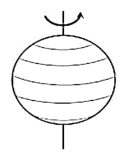
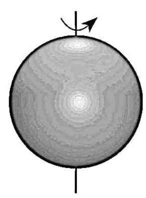
$$\Rightarrow nmk^2 = m(r^2{}_1 + r^2{}_2 + r^2{}_3 + \dots\dots r^2{}_n)$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^3 + \dots\dots\dots\dots + r_n^2}{n}}$$

- परिभ्रमण त्रिज्या (k) पिंड के आकार और परिमाप, घूर्णन अक्ष की स्थिति और विन्यास, घूर्णन अक्ष से पिंड में द्रव्यमान के वितरण पर निर्भर करती है।
- परिभ्रमण त्रिज्या (k) पिंड के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करती है।
- इसकी S.I. मात्रक m और इसका विमीय सूत्र $[M^0L^1T^0]$ होता है |

Moment of inertia of a few bodies of regular shapes
नियमित आकार के कुछ पिंडों का जड़त्व आघूर्ण

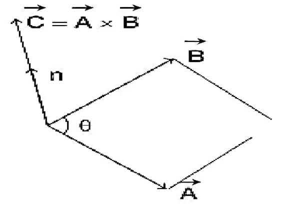
Body (पिंड)	Axis of Rotation (घूर्णन अक्ष)	Figure (चित्र)	Moment of inertia (जड़त्व आघूर्ण)
Thin Circular Ring (पतली वृताकार वलय)	About an axis passing through its centre and perpendicular to its plane एक अक्ष के परितः जो इसके केंद्र से होकर गुजरता है और इसके तल पर लंबवत है |		$I = MR^2$

Thin Circular Ring (पतली वृताकार वलय	About a diameter व्यास के परितः		$I_D = \frac{1}{2}MR^2$
Circular Disc (वृत्ताकार डिस्क)	About an axis passing through its centre and perpendicular to its plane एक अक्ष के परितः जो इसके केंद्र से होकर गुजरता है और इसके तल पर लंबवत है |		$I = \frac{1}{2}MR^2$
Circular Disc (वृत्ताकार डिस्क)	About a diameter व्यास के परितः		$I = \frac{1}{4}MR^2$
Thin Rod (पतला छड़)	About an axis passing through its centre and perpendicular to its length एक अक्ष के परितः जो इसके केंद्र से गुजरे और इसकी लंबाई के लंबवत हो |		$I = \frac{1}{12}ML^2$
Thin Rod (पतला छड़)	About an axis passing through its one end and perpendicular to its length एक अक्ष के परितः जो इसके इसके एक सिरे से गुजरे और इसकी लंबाई के लंबवत हो |		$I = \frac{1}{3}ML^2$
Cylindrical shell (खोखला बेलन)	About its own axis अपने अक्ष के परितः		$I = MR^2$
Solid cylinder (ठोस बेलन)	About its own axis अपने अक्ष के परितः		$I = \frac{1}{2}MR^2$
Spherical shell (खोखला गोला)	About its diametric axis अपने व्यासीय अक्ष के परितः		$I = \frac{2}{3}MR^2$
Solid Sphere (ठोस गोला)	About its diametric axis अपने व्यासीय अक्ष के परितः		$I = \frac{2}{5}MR^2$

Vector or Cross Product of Two Vectors:-

The vector product of two vectors is equal to the product of their magnitudes and the sine of the smaller angle between them. It is denoted by x (cross)

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta\ \hat{n}$$

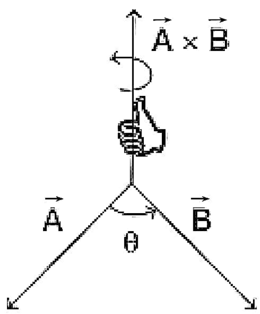


Direction of Vector Cross Product :-

When $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$, the direction of $\vec{C}$ is at right angles to the plane containing the vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$. The direction is determined by the right hand thumb rule.

Right Hand Thumb Rule:-

Curl the fingers of your right hand from $\vec{A}$ to $\vec{B}$.Then, the direction of the thumb will point in the direction of $\vec{A} \times \vec{B}$.



Properties of Vector Product:-

(i) Vector product is not commutative.

i.e. $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$ $\quad [\therefore (\vec{A}\times\vec{B}) = -(\vec{B}\times\vec{A})]$

(ii) Vector products are distributive.

i.e. $\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B} + \vec{A}\times\vec{C}$

(iii) Vector product of two parallel vectors is zero.

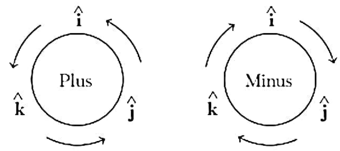
i.e. $\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin 0^\circ = 0$

(iv) Vector product of any vector with itself is zero.

$$\vec{A}\times\vec{A} = AA\sin 0^\circ = 0$$

(v) Vector product of orthogonal unit vectors

- $\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0$
- $\hat{i}\times\hat{j} = -\hat{j}\times\hat{i} = \hat{k}$
- $\hat{j}\times\hat{k} = -\hat{k}\times\hat{j} = \hat{i}$
- $\hat{k}\times\hat{i} = -\hat{i}\times\hat{k} = \hat{j}$



(vi) Vector product in cartesian coordinates

$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\times(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

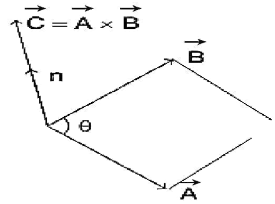
$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= (A_yB_z - A_zB_y)\,\hat{i} - (A_xB_z - B_xA_z)\,\hat{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\,\hat{k}$$

दो सदिशों का सदिश या क्रॉस गुणनफल :-

दो सदिशों का सदिश गुणनफल उनके परिमाणों और उनके बीच के छोटे कोण की ज्या के गुणनफल के बराबर होता है। इसे (×) से दर्शाया जाता है|

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta\ \hat{n}$$

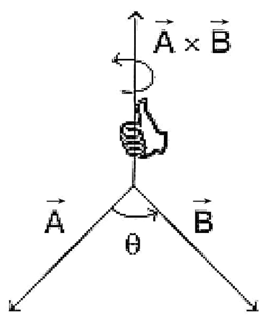


सदिश या क्रॉस गुणनफल की दिशा:-

जब $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ हो तो $\vec{C}$ की दिशा सदिश $\vec{A}$ और $\vec{B}$ के तल के समकोण पर होती है। जिसकी दिशा दाहिने हाथ के अंगूठे के नियम द्वारा निर्धारित की जाती है।

दाहिने हाथ के अंगूठे के नियम:-

अपने दाहिने हाथ की उंगलियों को $\vec{A}$ से $\vec{B}$ की ओर मोड़ें तो अंगूठे की दिशा $\vec{A} \times \vec{B}$ की दिशा को इंगित करेगा।



सदिश गुणनफल के गुण :-

(i) सदिश गुणनफल क्रम विनिमेय नहीं होते है।

i.e. $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$ $\quad [\therefore (\vec{A}\times\vec{B}) = -(\vec{B}\times\vec{A})]$

(ii) सदिश गुणनफल वितरणात्मक (distributive) होते

हैं।

i.e. $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$

(iii) दो समान्तर सदिशों का सदिश गुणनफल शून्य होता है|

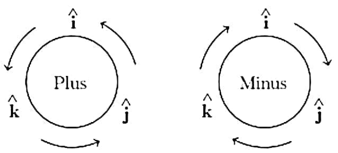
i.e. $\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin 0^\circ = 0$

(iv) किसी भी सदिश का स्वयं के साथ सदिश गुणनफल शून्य होता है|

$$\vec{A} \times \vec{A} = AA \sin 0^\circ = 0$$

(v) ऑर्थोगोनल इकाई सदिश का सदिश गुणनफल-

- $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$
- $\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$
- $\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$
- $\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$



(vi) कार्टेशियन निर्देशांक में सदिश गुणनफल-

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}) \times (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

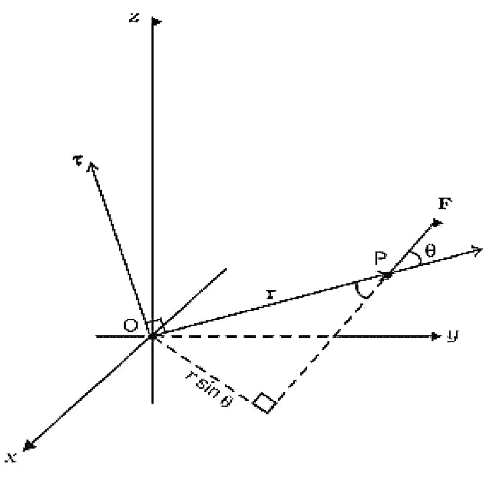
$$= (A_yB_z - A_zB_y)\,\hat{i} - (A_xB_z - B_xA_z)\,\hat{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\,\hat{k}$$

Torque:-

The turning effect of a force about the axis of rotation is called moment of force or torque due to the force.Torque or moment of a force about the axis of rotation

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin\theta\, \hat{n}$$

Torque is an axial vector. i.e., its direction is always perpendicular to the plane containing vector $\vec{r}$ and $\vec{F}$ in accordance with the right hand thumb rule.



Important point-

- As τ = rFsinθ = F(rsinθ)=Fd

Where d = rsinθ = Perpendicular distance of line of action of force from the axis of rotation

i.e.

Torque = Force $\times$ (Perpendicular distance of line of action of force from the axis of rotation.)

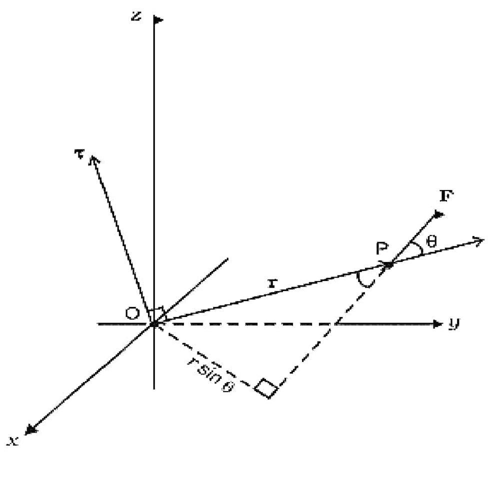
- Torque is also called moment of force and d is called moment or lever arm.
- For a given force and angle, magnitude of torque depends on r. The more is the value of r, the more will be the torque and easier to rotate the body.
- Its S.I. unit is N-m and its dimensional formula is $[ML^2T^{-2}]$
- If a body is acted upon by more than one force, the total torque is the vector sum o $\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \ldots\ldots$
- A body is said to be in rotational equilibrium if resultant torque acting on it is zero i.e. $\Sigma \vec{\tau} = 0$.
- Torque is the cause of rotational motion and it plays the same role as force plays in translatory motion i.e. torque is the rotational analogue of force.
- In rotational motion, torque, $\tau = I\alpha$ where, α is angular acceleration and I is the moment of inertia.

बल आघूर्ण :-

घूर्णन अक्ष के परितः किसी बल के घूमाने के प्रभाव को बल आघूर्ण कहा जाता है। घूर्णन अक्ष के परितः बल आ

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin\theta\, \hat{n}$$

बल आघूर्ण एक अक्षीय सदिश है इसकी दिशा हमेशा सदिश $\vec{r}$ और F के तल के लंबवत होती है जिसे दाहिने हाथ के अंगूठे के नियम के अनुसार व्यक्त किया जाता है।



महत्वपूर्ण बिंदु-

- जैसा τ = rFsinθ = F(rsinθ)=Fd

जहाँ d = rsinθ = घूर्णन अक्ष से बल की क्रिया रेखा की लंबवत दूरी है |

अर्थात,

बल आघूर्ण = बल × (घूर्णन अक्ष से बल की क्रिया रेखा की लंबवत दूरी)

- बल आघूर्ण (टॉर्क) को बल का आघूर्ण भी कहा जाता है और d को लीवर आर्म भी कहा जाता है।
- किसी दिए गए बल और कोण के लिए, बल आघूर्ण का परिमाण r पर निर्भर करता है। r का मान जितना अधिक होगा, बल आघूर्ण उतना ही अधिक होगा और पिंड को घुमाने में आसानी होगी।
- इसकी S.I. इकाई N-m होता है और इसका विमीय सूत्र [ML^2T^{-2}] होता है |
- यदि किसी पिंड पर एक से अधिक बल लगाए जाते हैं, तो कुल बलाघूर्ण प्रत्येक बलाघूर्ण का सदिश योग होता है।

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + ...$$

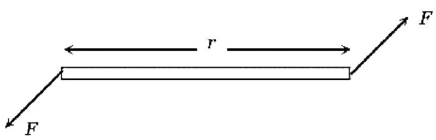
- किसी पिंड को घूर्णी संतुलन में कहा जाता है यदि उस पर कार्य करने वाला परिणामी बलाघूर्ण शून्य हो|

अर्थात, $\Sigma \vec{\tau} = 0$

- बलाघूर्ण (टॉर्क) घूर्णी गति का कारक है और यह वही भूमिका निभाता है जो बल रेखीय गति में निभाता है यानी बलाघूर्ण (टॉर्क) बल का घूर्णी अनुरूप है।
- घूर्णी गति में, बलाघूर्ण (टॉर्क), $\tau = I\alpha$ होता है जहाँ, α कोणीय त्वरण है और I जड़त्व आघूर्ण है।

Couple:-

- A pair of equal and opposite forces with parallel lines of action is called a couple. It produces rotation without translation.

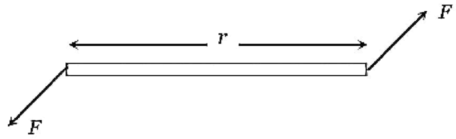


$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- Generally both couple and torque carry equal meaning. The basic difference between torque and couple is the fact that in case of couple both the forces are externally applied while in case of torque one force is externally applied and the other is reactionary.

कपल:-

- समान और विपरीत क्रिया रेखाओं वाले बलों के युग्म को कपल कहा जाता है। यह बिना रेखीय गति के घूर्णन उत्पन्न करता है|

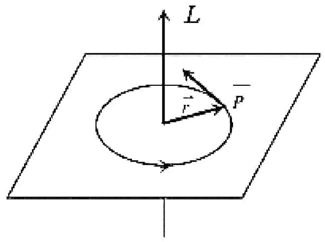


$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- आम तौर पर कपल और बलाघूर्ण (टॉर्क) दोनों समान अर्थ रखते हैं।बलाघूर्ण (टॉर्क) और कपल के बीच बुनियादी अंतर यह है कि कपल के मामले में दोनों बल बाहरी रूप से लागू होते हैं जबकि बलाघूर्ण (टॉर्क) के मामले में एक बल बाहरी रूप से लगाया जाता है और दूसरा प्रतिक्रियाशील होता है।

Angular Momentum:-

The moment of linear momentum of a body with respect to any axis of rotation is known as angular momentum. If $\vec{P}$ is the linear momentum of a particle and $\vec{r}$ is its position vector from the point of rotation then angular momentum- $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$



Important point

- Its SI unit is J-s and its dimensional formula is [ML^2T^{-1}].
- It is the rotational analogue of linear momentum and is measured as the product of linear momentum and the perpendicular distance of its line of axis of rotation.
- Angular momentum is an axial vector i.e. always directed perpendicular to the plane of rotation and along the axis of rotation.
- In vector form, $\vec{L} = I\vec{\omega}$
- The rate of change of angular momentum is equal to the net torque acting on the particle.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\alpha} = \vec{\tau}$$

$$\left[\text{As } \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\alpha} \text{ and } \vec{\tau} = I\vec{\alpha}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt}$$

● The angular momentum of a system of particles is equal to the vector sum of angular momentum of each particle i.e.,

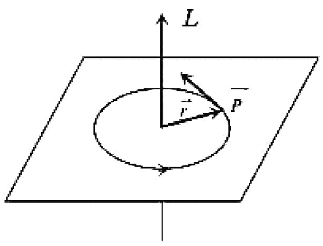
$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + ... + \vec{L}_n$$

कोणीय संवेग :-

घूर्णन अक्ष के सापेक्ष में किसी पिंड के रैखिक संवेग के आघूर्ण को कोणीय संवेग के रूप में जाना जाता है।

अगर P एक कण का रैखिक संवेग है और $\vec{r}$ घूर्णन के बिंदु से इसकी स्थिति सदिश हो तो कोणीय संवेग -

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$



महत्वपूर्ण बिंदु-

● इसकी S.I. मात्रक J-s और इसका विमीय सूत्र $[ML^2T^{-1}]$ होता है |

● यह रैखिय संवेग का घूर्णी अनुरूप है और इसे रैखिक संवेग और घूर्णन अक्ष की रेखा से इसकी लंबवत दूरी के गुणनफल के रूप में मापा जाता है।

● कोणीय संवेग एक अक्षीय सदिश है, यह हमेशा घूर्णन के तल के लंबवत और घूर्णन अक्ष के अनुदिश निर्देशित होता है।

● सदिश रूप में, $\vec{L} = I\vec{\omega}$

● कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर कण पर लगने वाले कुल बलाघूर्ण के बराबर होती है।

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\alpha} = \vec{\tau}$$

$$[\text{As } \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\alpha} \text{ and } \vec{\tau} = I\vec{\alpha}]$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

● कणों की एक निकाय का कोणीय संवेग प्रत्येक कण के कोणीय संवेग के सदिश योग के बराबर होता है | अर्थात,

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + ... + \vec{L}_n$$

Angular impulse :-

If a large torque acts on a particle for a small time then 'angular impulse' of torque is given by

$$\vec{J} = \int \vec{\tau}\, dt = \vec{\tau}_{av} \int_{t_1}^{t_2} dt$$

$$\Rightarrow \quad \vec{J} = \vec{\tau}_{av}\, \Delta t = \Delta \vec{L}$$

i.e. Angular impulse = Change in angular momentum

कोणीय आवेग :-

यदि एक बड़ा बलाघूर्ण किसी कण पर थोड़े समय के लिए कार्य करता है तो बलाघूर्ण के 'कोणीय आवेग' को इस प्रकार से व्यक्त किया जाता है-

$$\vec{J} = \int \vec{\tau}\, dt = \vec{\tau}_{av} \int_{t_1}^{t_2} dt$$

$$\Rightarrow \quad \vec{J} = \vec{\tau}_{av}\, \Delta t = \Delta \vec{L}$$

अर्थात, कोणीय आवेग = कोणीय संवेग में परिवर्तन

Conservation of Angular Momentum:-

If the external torque acting on a system is zero, then its angular momentum remains conserved.

So if the net external torque on a particle (or system) is zero then

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + ... = \text{constant.}$$

As $\vec{L} = I\vec{\omega}$ so if $\vec{\tau} = 0$ then $I\omega$ = Constant

$$\therefore I \propto \frac{1}{\omega}$$

कोणीय संवेग का संरक्षण:-

यदि किसी निकाय पर कार्य करने वाला बाह्य बलाघूर्ण शून्य हो, तो उसका कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।

इसलिए यदि किसी कण (या निकाय) पर शुद्ध बाहरी बलाघूर्ण शून्य हो तो

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + ... = \text{अचर}$$

जैसा की $\vec{L} = I\vec{\omega}$ तो यदि $\vec{\tau} = 0$ हो तो $I\omega$ = अचर

$$\therefore I \propto \frac{1}{\omega}$$

Work :

If the body is initially at rest and angular displacement is $d\theta$ due to torque then work done on the body- $W = \int \tau\, d\theta$

कार्य :

यदि पिंड प्रारंभ में विराम की स्थिति में हो और बलाघूर्ण के कारण पिंड का कोणीय विस्थापन dθ हो तो पिंड पर किया गया कार्य - $W = \int \tau \, d\theta$

Rotational Kinetic Energy:-

Rotational kinetic energy of a body is equal to the sum of kinetic energies of its constituent particles.

Rotational kinetic energy- $K = \frac{1}{2} I\omega^2$

घूर्णी गतिज ऊर्जा-

किसी पिंड की घूर्णी गतिज ऊर्जा उसके घटक कणों की गतिज ऊर्जाओं के योग के बराबर होती है।

घूर्णी गतिज ऊर्जा- $K = \frac{1}{2} I\omega^2$

Total kinetic energy of a perfectly rolling object

=Kinetic energy of translational + (Kinetic energy of rotation)

$$= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

पूर्णतः लोटेनिक गति में पिंड की कुल गतिज ऊर्जा

= स्थानान्तरण की गतिज ऊर्जा + (घूर्णन की गतिज ऊर्जा)

$$= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

Power :

Rate of change of kinetic energy is defined as power

$$P = \frac{d}{dt}(K_R) = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2} I\omega^2\right] = I\omega \frac{d\omega}{dt} = I\omega\alpha = I\alpha\omega = \tau\omega$$

In vector form Power (P) = $\vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$

शक्ति:

गतिज ऊर्जा के परिवर्तन की दर को शक्ति के रूप में परिभाषित किया गया है|

$$P = \frac{d}{dt}(K_R) = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2} I\omega^2\right] = I\omega \frac{d\omega}{dt} = I\omega\alpha = I\alpha\omega = \tau\omega$$

सदिश संकेत में शक्ति (P) = $\vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$

Equilibrium of Rigid Body:-

A rigid body is said to be in equilibrium, if both of its linear momentum and angular momentum are not changing with time. Thus, for equilibrium the body does not possess linear acceleration or angular acceleration.

For translational equilibrium of a rigid body,

$$\vec{F} = \sum_i F_i = 0$$

For rotational equilibrium of a rigid body,

$$\vec{\tau} = \sum_i \vec{\tau}_i = 0$$

दृढ़ पिंड का संतुलन:-

एक दृढ़ पिंड को संतुलन में कहा जाता है, यदि इसका रैखिय संवेग और कोणीय संवेग दोनों समय के साथ नहीं बदलते हैं। इस प्रकार, संतुलन के लिए पिंड में रैखिय त्वरण या कोणीय त्वरण नहीं होता है।

किसी दृढ़ पिंड के रेखीय संतुलन के लिए,

$$\vec{F} = \sum_i F_i = 0$$

किसी दृढ़ पिंड के घूर्णी संतुलन के लिए,

$$\vec{\tau} = \sum_i \vec{\tau}_i = 0$$

Centre of Gravity:-

If a body is supported on a point such that total gravitational torque about this point is zero, then this point is called the centre of gravity of the body.

गुरुत्व केंद्र:-

यदि किसी पिंड को किसी बिंदु पर इस प्रकार सहारा दिया जाय कि इस बिंदु के परितः कुल गुरुत्वाकर्षण बल का बलाघूर्ण शून्य हो , तो इस बिंदु को पिंड का गुरुत्व केंद्र कहा जाता है।

Analogy Between Translatory Motion and Rotational Motion.

Sl. no	Translatory Motion	Rotational Motion
1	Distance/displacement (s)	Angle or angular displacement (θ)
2	Linear velocity(v)= $\frac{ds}{dt}$	Angular velocity (w) = $\frac{d\theta}{dt}$
3	Linear acceleration (a) $= \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$	Angular acceleration(α) $= \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
4	Mass (m)	Moment of inertia (I)
5	Linear momentum $\vec{P} = m\vec{v}$	Angular momentum $\vec{L} = I\vec{\omega}$
6	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$
7	$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$	$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

8	Translational KE, $K_T = \frac{1}{2}mv^2$	Rotational KE, $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$
9	$W = \int \vec{F}.\vec{ds}$	$W = \int \vec{\tau}.\vec{d\theta}$
10.	$P = \vec{F}.\vec{v}$	$P = \vec{\tau}.\vec{\omega}$
11	Linear momentum of a system is conserved when no external force acts on the system	Angular momentum of a system is conserved when no external torque acts on the system
12	Equation of translatory motion- i. $v = u + at$ ii. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ iii. $v^2 - u^2 = 2as$	Equation of rotational motion- i. $\omega_2 = \omega_1 + at$ ii. $\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}at^2$ iii. $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2a\theta,$

रेखीय गति और घूर्णी गति के बीच सादृश्य।

क्र. सं.	रेखीय गति	घूर्णी गति
1	दूरी/विस्थापन (s)	कोण या कोणीय विस्थापन (θ)
2	रैखिक वेग(v)=$\frac{ds}{dt}$	कोणीय वेग (ω) = $\frac{d\theta}{dt}$
3	रैखिक त्वरण (a)= $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$	कोणीय त्वरण (α)= $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
4	द्रव्यमान (m)	जड़त्व आघूर्ण (I)
5	रेखीय संवेग $\vec{P} = m\vec{v}$	कोणीय संवेग $\vec{L} = I\vec{\omega}$
6	$\vec{F} = m\,\vec{a}$	$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$
7	$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$	$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
8	रेखीय गतिज उर्जा- $K_T = \frac{1}{2}mv^2$	ध्रुवीय गतिज उर्जा- $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$
9	$W = \int \vec{F}.\vec{ds}$	$W = \int \vec{\tau}.\vec{d\theta}$
10.	$P = \vec{F}.\vec{v}$	$P = \vec{\tau}.\vec{\omega}$
11	किसी निकाय का रैखिक संवेग संरक्षित रहता है जब निकाय पर कोई बाहरी बल कार्य नहीं करता है|	किसी निकाय का कोणीय संवेग संरक्षित रहता है जब निकाय पर कोई बाहरी बलाघूर्ण कार्य नहीं करता है|
12	रेखीय गति के लिय समीकरण- i. $v = u + at$ ii. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ iii. $v^2 - u^2 = 2as$	कोणीय गति के लिय समीकरण- i. $\omega_2 = \omega_1 + at$ ii. $\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}at^2$ iii. $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2a\theta,$

MULTIPLE CHOICE QUESTIONS:
बहुविकल्पीय प्रश्न:

1. The angular velocity of seconds hand of a watch will be-

a. $\frac{\pi}{60}$ rad/sec b. $\frac{\pi}{30}$ rad/sec
c. 60π rad/sec d. 30π rad/sec

घड़ी की सेकंड सुई का कोणीय वेग क्या होगा ?

a. $\frac{\pi}{60}$ rad/sec b. $\frac{\pi}{30}$ rad/sec
c. 60π rad/sec d. 30π rad/sec

2. What is the dimensional formula of torque ?

a. $[ML^2T^{-1}]$ b. $[M^2LT^{-1}]$
c. $[MLT^{-2}]$ d. $[ML^2T^{-2}]$

बलाघूर्ण का विमीय सूत्र क्या होता है?

a. $[ML^2T^{-1}]$ b. $[M^2LT^{-1}]$
c. $[MLT^{-2}]$ d. $[ML^2T^{-2}]$

3. What is the dimensional formula of moment of inertia ?

a. $[ML^2T^0]$ b. $[M^2 LT^{-1}]$
c. $[MLT^{-2}]$ d. $[ML^2T^{-2}]$

जड़त्व आघूर्ण का विमीय सूत्र क्या होता है?

a. $[ML^2T^0]$ b. $[M^2 LT^{-1}]$
c. $[MLT^{-2}]$ d. $[ML^2T^{-2}]$

4. What is the dimensional formula of angular momentum ?

a. $[MLT^{-1}]$ b. $[ML^2T^{-1}]$
c. $[ML^2T^{-2}]$ d. $[M^2L^2T^{-2}]$

कोणीय संवेग का विमीय सूत्र क्या होता है?

a. $[MLT^{-1}]$ b. $[ML^2T^{-1}]$
c. $[ML^2T^{-2}]$ d. $[M^2L^2T^{-2}]$

5. Which of the following is the translatory analogue of Torque ?

a. Mass b. Force
c. Velocity d. Kinetic energy

निम्नलिखित में से कौन सा बल आघूर्ण का रेखीय अनुरूप है?

a. द्रव्यमान b. बल